

Asset and Risk Management I

Подготовка к финальному экзамену (WU 5578)

Конспект для Group 20

10 June 2026

Содержание

1 Как читать этот файл	2
2 Часть 1. Институциональный фон и эффективность рынка	2
2.1 Суть одним абзацем	2
2.2 Классы активов и ликвидность	2
2.3 Оптимальная доля рискового актива	3
2.4 Эффективность рынка: что это на самом деле	3
2.5 Активное vs пассивное управление	3
2.6 Спираль ликвидности (Brunnermeier & Pedersen, 2009)	3
3 Часть 2. Акции: временной ряд и сечение	4
3.1 Суть одним абзацем	4
3.2 Стилизованные факты (США, ~1926-2024)	4
3.3 Предсказуемость: регрессия	5
3.4 Лог-доходности	5
3.5 Сечение: факторные модели	6
4 Часть 3. Гособлигации	6
4.1 Суть одним абзацем	7
4.2 Zero-coupon (discount bond)	7
4.3 Holding period return	7
4.4 Forward rate (гросс-ставки)	7
4.5 Expectations hypothesis	7
4.6 Fama-Bliss / Cochrane-Piazzesi	8
5 Часть 4. Измерение и управление рисками портфеля	8
5.1 Суть одним абзацем	8
5.2 Доходности	8
5.3 VaR	8
5.4 Expected Shortfall (ES / CVaR)	9
5.5 Ковариация и портфель	9
6 Часть 5. Параметрические портфели и оценка результатов	10
6.1 Суть одним абзацем	10
6.2 BSV: идея	10
6.3 Оценка performance (return-based)	10
7 Шпаргалка: типовые формулировки экзамена	11

1 Как читать этот файл

Экзамен **12 июня, 14:00-16:00**, closed-book. Вопросы обычно проверяют не зубрёжку определений, а понимание связей: почему высокая ликвидность у гособлигаций, чем VaR отличается от ES, когда предсказуемость доходности не равна неэффективности рынка.

Ниже — **пять блоков** в порядке курса (как в слайдах ARM1_1 ... ARM1_5). В каждом блоке: суть → формулы → мини-задача в R → что спросят на экзамене.

□ **Это не учебник.** Конспект ~12 страниц PDF. Он даёт карту тем, формулы и типовые вопросы — но **не** заменяет слайды ARM1_1-ARM1_5 (~8000 строк лекций). Картинки из слайдов здесь почти не продублированы: есть R-графики и плейсхолдеры <!-- [ГРАФИК] -->. Nelson-Siegel, FX hedging, M^2 , style analysis — только кратко или не разобраны. Для экзамена хватает как **скелета**; слабые места добирай по PDF в этой же папке.

2 Часть 1. Институциональный фон и эффективность рынка

Источник: *ARM1_1_course_background_efficiency.pdf*

2.1 Суть одним абзацем

Курс начинается не с формул, а с картины мира: кто владеет активами, какие классы бывают ликвидными, зачем вообще говорить об **эффективности рынка** и когда имеет смысл **активное** vs **пассивное** управление. На экзамене из этого блока часто идут «логические» вопросы: ликвидность акций и гособлигаций, иллюзия точной оценки equity risk premium, спирали ликвидности Brunnermeier-Pedersen.

2.2 Классы активов и ликвидность

Класс	Ликвидность (типично)	Зачем помнить
Listed equity (акции)	Высокая на крупных биржах	Можно быстро войти/выйти без сильного impact
Government bonds (гособлигации)	Высокая (особенно US Treasuries)	Бенчмарк, залог, низкий кредитный риск
Private equity, недвижимость	Низкая	Illiquidity premium — доп. доход за неликвидность
T-bills	Очень высокая	Почти безрисковая ставка R_f

На экзамене: утверждение «чем выше риск (σ), тем ниже доход» — **ложь**. Исторически наоборот: больше риска → больше ожидаемая премия (trade-off, не монотонное «штрафование»).

2.3 Оптимальная доля рисковогo актива

Инвестор с постоянной абсолютной неприязнью к риску (CARA) и mean-variance логикой держит в акциях:

$$w^* = \frac{\mu}{\sigma^2 A}$$

где $\mu = E[R - R_f]$ — премия за риск, σ — волатильность избыточной доходности, A — коэффициент неприязни к риску.

```
mu <- 0.04      # 4% годовых премия
sig <- 0.20      # 20% волатильность
A <- 2
w_star <- mu / (A * sig^2)
cat(sprintf("Оптимальная доля в акциях: %.0f%%\n", 100 * w_star))
```

Оптимальная доля в акциях: 50%

Задача (как на квизе): $\mu = 4\%$, $\sigma = 20\%$, $A = 2 \rightarrow w^* = 0.04 / (2 \cdot 0.04) = 0.5 \rightarrow 50\%$ в акции.

Три рычага: больше $\mu \rightarrow$ больше w^* ; больше σ или $A \rightarrow$ меньше w^* .

2.4 Эффективность рынка: что это на самом деле

Слабая форма: прошлые цены не помогают предсказать будущую доходность (после учёта транзакционных издержек).

Не путать с: «доходность никогда не меняется». Премия за риск **может быть time-varying** — тогда регрессии на dividend yield дают $b \neq 0$, но это не «бесплатный обед», а компенсация за риск.

Grossman-Stiglitz (1980): полностью информационно эффективный рынок **невозможен**, если информация стоит денег. Кто-то должен платить за анализ и получать сверхприбыль — иначе никто не будет искать информацию.

2.5 Активное vs пассивное управление

	Пассивное	Активное
Идея	Держать рынок (cap-weighted)	Отклоняться от бенчмарка ради alpha
За	Дёшево; если рынок эффективен — оптимально	Можно эксплуатировать mispricing
Против	Не ловит «ошибки» рынка	Дорого; после fees alpha часто исчезает

2.6 Спирали ликвидности (Brunnermeier & Pedersen, 2009)

Цепочка на экзамене:

1. Начальные убытки $\rightarrow$ **проблемы с финансированием** у спекулянтов
2. Сокращение позиций $\rightarrow$ цены уходят от фундаментала

3. **Loss spiral:** ещё убытки по открытым позициям

4. **Margin/hairstyle spiral:** выше маржи → ещё меньше заёмного капитала

5. Снова сокращение позиций → замыкание цикла

Это не «рынок глупый», а **усиление шока** через ограничения финансирования.

2.6.1 Мини-задачи (часть 1)

1. Акции на NYSE — высокая или низкая ликвидность? → **Высокая.**

2. ERP можно оценить с точностью ± 20 bps? → **Нет.** Длинная выборка, волатильность, structural breaks → большая неопределённость.

3. w^* при $\mu = 6\%$, $\sigma = 15\%$, $A = 4$?

```
0.06 / (4 * 0.15^2)
```

```
[1] 0.6666667
```

3 Часть 2. Акции: временной ряд и сечение

Источники: *ARM1_2_stocks.pdf*, *ARM1_3_stocks_with_solutions.pdf*

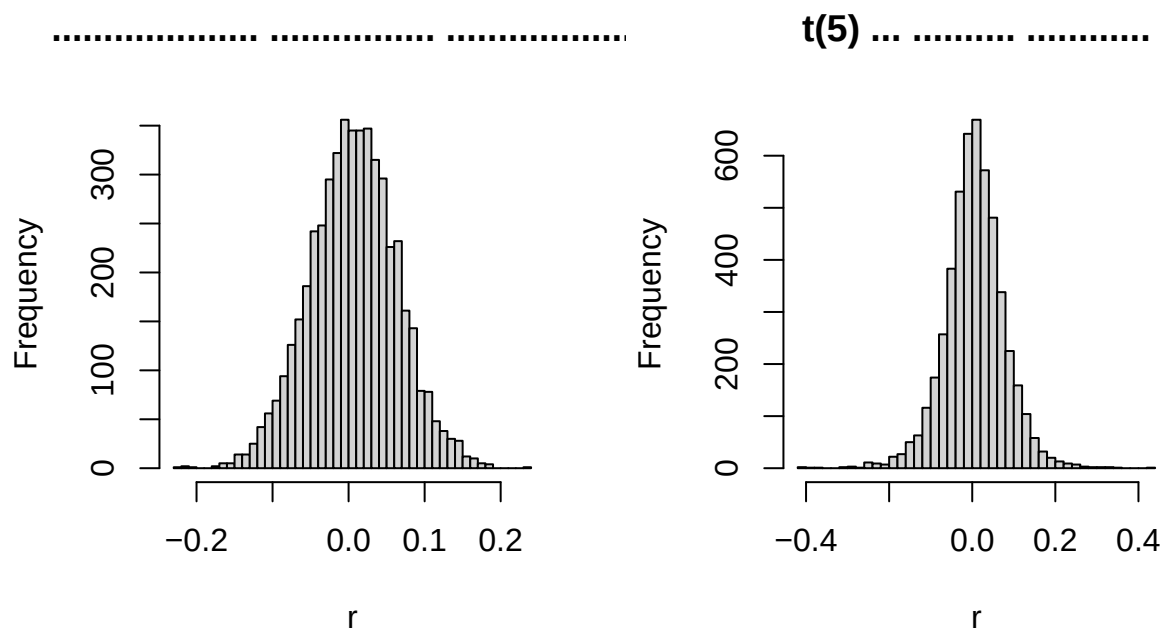
3.1 Суть одним абзацем

Блок делится на две половины. **Временной ряд:** насколько предсказуем рынок в целом (dividend yield, lagged returns). **Сечение:** почему одни акции в среднем обгоняют другие (factor models, APT, Fama-MacBeth). Ваш group assignment — как раз сечение (JKP factors + spanning).

3.2 Стилизованные факты (США, ~1926-2024)

- Средняя годовая **избыточная** доходность рынка $\approx 8\%$, $\sigma \approx 20\%$, Sharpe ≈ 0.4
- Распределение: **толстые хвосты**, левый скос, автокорреляция доходности ≈ 0
- Точную ERP **не** измерить узким доверительным интервалом

```
# Симуляция: нормальные vs «толстые хвосты» (t)
n <- 5000
r_norm <- rnorm(n, 0.08/12, 0.20/sqrt(12))
r_t <- rt(n, df = 5) * (0.20/sqrt(12)) + 0.08/12
par(mfrow = c(1, 2))
hist(r_norm, breaks = 40, main = "Нормальные месячные доходности", xlab = "r")
hist(r_t, breaks = 40, main = "t(5) — толще хвосты", xlab = "r")
```



```
par(mfrow = c(1, 1))
```

3.3 Предсказуемость: регрессия

$$R_{t+1} = a + b \cdot x_t + \varepsilon_{t+1}$$

Если b статистически значим — сигнал x_t связан с **ожидаемой** доходностью: $E_t[R_{t+1}] = a + bx_t$.

Классический random walk: $b = 0$ для любого x_t , который виден рынку.

Но: для **excess return** на горизонте месяцев/лет dividend yield часто значим $\rightarrow$ не обязательно неэффективность; может быть **time-varying risk premium** (Cochrane: «discount rates»).

3.3.1 Dividend yield (Campbell-Shiller)

Высокий начальный dividend yield $\rightarrow$ в среднем **выше** будущая 10-летняя реальная доходность (квинтиль «дешёвого» рынка: yield 5.7-13.8%, средняя real return $\approx$ **10.6%**).

Campbell-Shiller: неожиданная доходность раскладывается на новости о **дивидендах** (cash-flow) и **ставках дисконтирования** (discount-rate news).

3.4 Лог-доходности

$r_t = \ln(1 + R_t)$. Складываются во **времени**: $\ln(P_T/P_0) = \sum r_t$. На экзамене: агрегация **линейна по времени** — это главное свойство log returns.

В портфеле log returns **не** складываются линейно по весам — для целей инвестора чаще используют простые R_t .

3.5 Сечение: факторные модели

Избыточная доходность актива i :

$$r_i^e = \alpha_i + \sum_{j=1}^L \beta_{ij} F_j + e_i$$

Строгая факторная модель (для экзамена):

- доходности **коррелированы** с факторами
- факторы **некоррелированы** друг с другом
- остатки e_i **некоррелированы** между собой и с факторами

3.5.1 Fama-MacBeth (два шага)

1. **N** временных регрессий $\rightarrow$ оценки $\hat{\beta}_i$ для каждой акции
2. **T** кросс-секционных регрессий $r_{i,t} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_i + \dots \rightarrow$ премии за факторы в каждый момент
3. Усреднить γ по времени $\rightarrow$ оценка risk premia

3.5.2 Spanning (связь с вашим assignment)

Регрессируем **ваш фактор** на CAPM / FF3 / q5. Большая значимая $\alpha \rightarrow$ модель **не** объясняет премию. q5 с ROE/IA/EG заточен под profitability/investment — как ваши `gr_at`, `at_gr1`.

```
mu <- 0.08; sig <- 0.20
sharpe <- mu / sig
cat(sprintf("Иллюстративный Sharpe рынка: %.2f\n", sharpe))
```

Иллюстративный Sharpe рынка: 0.40

3.5.3 Мини-задачи (часть 2)

1. Log returns агрегируются линейно по...? $\rightarrow$ **времени (time dimension)**.
 2. Fama-MacBeth: первый шаг оценивает...? $\rightarrow$ **factor loadings (β)** через N time-series regressions.
 3. Строгая модель: остатки...? $\rightarrow$ **cross-sectionally uncorrelated**.
-

4 Часть 3. Гособлигации

Источник: *ARM1_3_GovernmentBonds.pdf*

4.1 Суть одним абзацем

Облигации — второй по важности класс. Нужно уметь: цена zero-coupon, **yield**, **forward rate**, связь yield curve с ожиданиями, предсказание **bond risk premium** (Cochrane-Piazzesi, регрессия Fama-Bliss).

4.2 Zero-coupon (discount bond)

Облигация срока n в момент t обещает \$1 в $t + n$.

$$P_t^{(n)} = \frac{1}{(1+y)^n} \quad \text{или} \quad p_t^{(n)} = \ln P_t^{(n)} \approx -n \cdot y$$

Пример: 2 года, годовая доходность 5.13% $\rightarrow P^{(2)} = 1/1.0513^2 \approx 0.905$ («скидка» ~10%).

4.3 Holding period return

Доходность за период зависит от **изменения цены** и купонов. **Yield $\neq$ realized return** — yield сравнивает облигации «на входе», но фактический return зависит от того, как сдвинулась кривая.

4.4 Forward rate (гросс-ставки)

Если $Y_t^{(1)}$ и $Y_t^{(2)}$ — **гросс** one- и two-year yields $(1+y)$:

$$(Y_t^{(2)})^2 = Y_t^{(1)} \cdot F_t^{(2)} \quad \Rightarrow \quad F_t^{(2)} = \frac{(Y_t^{(2)})^2}{Y_t^{(1)}}$$

```
Y1 <- 1.020
Y2 <- 1.021
F2 <- Y2^2 / Y1
cat(sprintf("Гросс 2-year forward rate F^(2) = %.4f\n", F2))
```

Гросс 2-year forward rate $F^{(2)} = 1.0220$

Экзамен: $Y^{(1)} = 1.020$, $Y^{(2)} = 1.021 \rightarrow F^{(2)} \approx 1.022$.

4.5 Expectations hypothesis

Эквивалентные формулировки:

- длинная ставка = среднее ожидаемых коротких
- **forward rate = ожидаемая будущая spot rate**

Вверх наклонная кривая $\rightarrow$ рынок ожидает **рост** кратких ставок. На данных ЕН обычно **отвергается** — forward rates содержат **term premium**.

4.6 Fama-Bliss / Cochrane-Piazzesi

Регрессия избыточной доходности облигации на spread форвардных ставок, напр.:

$$r_{t,t+1}^{e(3)} = \gamma_0 + \gamma_1(f_t^{(3)} - y_t^{(1)}) + \text{error}$$

Пример (экзамен): $r^e = 1.25 \cdot (f^{(3)} - y^{(1)})$, $y^{(1)} = 1.5\%$, $f^{(3)} = 3.5\%$.

```
y1 <- 0.015
f3 <- 0.035
spread <- f3 - y1
r_excess <- 1.25 * spread
r_total <- y1 + r_excess
cat(sprintf("Expected excess: %.2f%%, total 1y return on 3y zero: %.2f%%\n",
            100*r_excess, 100*r_total))
```

Expected excess: 2.50%, total 1y return on 3y zero: 4.00%

→ excess **2.5%**, total $\approx$ **4%**.

4.6.1 Мини-задачи (часть 3)

1. Forward $F^{(2)}$ при gross $Y^{(1)} = 1.02$, $Y^{(2)} = 1.03$?

```
1.03^2 / 1.02
```

```
[1] 1.040098
```

5 Часть 4. Измерение и управление рисками портфеля

Источник: *ARM1_4_PortfolioRisks.pdf*

5.1 Суть одним абзацем

Риск-менеджмент **отделён** от portfolio management (агентские конфликты, независимый контроль). Метрики: дисперсия/волатильность, **VaR**, **Expected Shortfall**, ковариационная матрица. Плюс типы риска: FX, credit, liquidity, operational.

5.2 Доходности

Простая: $R_t = (P_t + CF_t)/P_{t-1} - 1$. Портфель: $R_w = w' R$.

Excess return: $R^e = R - R_f$. **Active return:** портфель минус бенчмарк; active weights $w_A = w - w_B$, $\sum w_A = 0$ (dollar-neutral).

5.3 VaR

$$\Pr(-R \geq \text{VaR}) = \alpha$$

При доверии **95%** ($\alpha = 5\%$): с вероятностью 95% потеря **меньше** VaR; с вероятностью 5% — **больше или равна**.

Интуиция: VaR — **порог** в хвосте, не средний убыток в хвосте.

5.3.1 Пример FX (из лекции)

EUR-инвестор держит USD 10m, $S = 1.25 \rightarrow$ exposure **€8m**.

10-day $\sigma = 0.565\% \times \sqrt{10}$.

95% VaR $\approx 1.65 \times \sigma_{10d} \rightarrow$ **2.95%** от exposure $\rightarrow$ **€236,000**.

```
exposure_eur <- 8e6
sigma_daily  <- 0.00565
horizon      <- 10
sigma_h      <- sigma_daily * sqrt(horizon)
var_pct      <- 1.65 * sigma_h
var_eur      <- exposure_eur * var_pct
cat(sprintf("VaR 95% 10d: %.1f%% = EUR %s\n", 100 * var_pct, format(round(var_eur), big.mark =
```

VaR 95% 10d: 2.9% = EUR 235,843

5.3.2 Два фактора (FX + rates)

Суммарный VaR **не** равен сумме, если есть корреляция ρ :

$$\text{VaR}_{\text{tot}} = \sqrt{\text{VaR}_1^2 + \text{VaR}_2^2 + 2\rho \text{VaR}_1 \text{VaR}_2}$$

При $\rho = -0.27$ хедж частично **снижает** общий риск.

5.4 Expected Shortfall (ES / CVaR)

$$\text{ES} = E[-R \mid -R \geq \text{VaR}]$$

Определение на экзамене: ожидаемый убыток **при условии**, что пробит лимит VaR. Всегда $\geq \text{VaR}$; разрыв большой при толстых хвостах.

```
# Иллюстрация: ES > VaR для t-распределения
r <- rt(1e5, df = 4) * 0.02
var95 <- quantile(-r, 0.95)
es95 <- mean(-r[-r >= -var95]) # средний убыток в хвосте за VaR
cat(sprintf("VaR 95%: %.3f%%, ES 95%: %.3f%%\n", 100*var95, 100*es95))
```

VaR 95%: 4.298%, ES 95%: 0.329%

5.5 Ковариация и портфель

$$\sigma_w^2 = w' C w$$

Оценка C для тысяч активов — шумная; **factor models** снижают размерность.

5.5.1 Мини-задачи (часть 4)

1. Что больше: VaR или ES при том же α ? $\rightarrow$ **ES** (средний убыток в хвосте за порогом VaR).
2. ES — это ожидаемый убыток при условии...? $\rightarrow$ **пробития VaR**.
3. Зачем отделять risk management от PM? $\rightarrow$ конфликт интересов (PM как call option), независимый контроль, разные прогнозы return vs risk.

6 Часть 5. Параметрические портфели и оценка результатов

Источники: *ARM1_5_parametric_opt_performance_eval.pdf*, *ARM1_5_with_solutions_...pdf*

6.1 Суть одним абзацем

Ожидаемые доходности **меняются во времени**. Классический Markowitz чувствителен к $\hat{\mu}$. Два ответа: **Black-Litterman** (учёт ошибки оценки μ) и **Brandt-Santa-Clara-Valkanov (BSV, 2009)** — веса как функция **характеристик** $x_{i,t}$, без явной оценки μ .

6.2 BSV: идея

$$w_{i,t} = \bar{w}_{i,t} + \frac{\theta' x_{i,t}}{N_t}$$

- $\bar{w}_{i,t}$ — вес в бенчмарке (cap-weighted market)
- $x_{i,t}$ — нормированные характеристики (mean 0, sd 1): size, B/M, momentum
- θ — оценивается, максимизируя utility / Sharpe out-of-sample

Зачем: маленькое изменение $\hat{\mu}$ в Markowitz → дикие веса; BSV стабилизирует через параметризацию.

6.3 Оценка performance (return-based)

Метрика	Формула (идея)	Когда
Sharpe	$(\bar{R} - R_f)/\sigma$	Total risk, сравнение с рынком
Treynor	$(\bar{R} - R_f)/\beta$	Diversified, фокус на systematic risk
Jensen α	intercept CAPM: $R_i - R_f = \alpha + \beta(R_m - R_f)$	Сверхдоходность после β
M²	масштабирование до σ рынка	Sharpe в \$ terms

Годовой Sharpe: умножить месячный на $\sqrt{12}$ (если i.i.d.).

```
Rf <- 0.02; Rm <- 0.10
Ra <- 0.12; beta_a <- 1.2
alpha_jensen <- Ra - Rf - beta_a * (Rm - Rf)
treynor <- (Ra - Rf) / beta_a
sharpe_a <- (Ra - Rf) / 0.18
cat(sprintf("Jensen alpha = %.1f%%, Treynor = %.1f%%, Sharpe = %.2f\n",
            100*alpha_jensen, 100*treynor, sharpe_a))
```

Jensen alpha = 0.4%, Treynor = 8.3%, Sharpe = 0.56

Levered fund: если B имеет $\beta=1.2$ и $\alpha=2.2\%$, леверидж $1.5\times$ масштабирует и β , и α пропорционально (смотри условие задачи).

6.3.1 Spanning снова (связь с assignment)

Если Jensen α вашего фактора ≈ 0 в $q5 \rightarrow$ фактор **ценообразован** q -моделью. Большая α в CAPM $\rightarrow$ рынок не объясняет; FF3 поднимает R^2 , но profitability/investment аномалии остаются.

7 Шпаргалка: типовые формулировки экзамена

Ниже — паттерны из квизов и midterm-style вопросов (ARM_2025/exam/ARM_solutions_combined.md + лекции).

#	Тема	Правильная интуиция
1	Ликвидность акций	Высокая (биржевые)
2	Ликвидность гособлигаций	Высокая
3	Высокий $\sigma \rightarrow$ низкий return?	Нет (risk-return tradeoff)
4	ERP ± 20 bps?	Нет , слишком шумно
5	Log returns	Линейно по времени
6	ES vs VaR	ES = mean loss beyond VaR, ES > VaR
7	Forward rate	$F = (Y^{(2)})^2 / Y^{(1)}$ gross
8	Fama-Bliss	excess = $\gamma \times$ (forward spread)
9	Arbitrage с 2 портфелями	Обычно недостаточно данных
10	Fama-MacBeth	N TS $\rightarrow$ T cross-section $\rightarrow$ mean γ
11	Strict factor model	correlated / uncorrelated / uncorrelated / uncorrelated
12	Noise traders DSSW	sentiment bids price; may earn more
13	Dividend yield	Positive predictor of long-horizon returns
14	Highest historical return 1972-2020	Small cap ; lowest T-bills
15	$w^* = 0.04 / (2 \cdot 0.2^2)$	0.5
16	Liquidity spiral	funding $\rightarrow$ delever $\rightarrow$ prices $\rightarrow$ margins
17	Idiosyncratic residuals	Cross-sectionally uncorrelated
18	Campbell-Shiller	Unexpected returns $\leftrightarrow$ dividends & discount rates

8 План на последние два дня

День 1 (сегодня): части 1-3 + все мини-задачи в R. Прогони формулы: w^* , forward, Fama-Bliss, VaR.

День 2 (завтра): части 4-5 + шпаргалка. Пройди closed-book: объясни вслух разницу predictability vs inefficiency, VaR vs ES, зачем Fama-MacBeth, что делает BSV.

В день экзамена: только шпаргалка-таблица и 3 формулы: w^* , forward gross, ES definition.

Источники: слайды ARM1_1-ARM1_5 в /root/wu/ARM_2026/exam/, решения квизов ARM_2025/exam/ARM_solutions_combined.md, group assignment Group 20.